邓玮, 孙继明, 雷恒池 . 2019. 三参数云微物理方案中气溶胶谱函数对云滴谱影响的数值模拟研究 [J]. 气候与环境研究, 24(6): 693−710. DENG Wei, SUM Jiming, LEI Hengchi. 2019 Numerical Simulation Research on the Effects of the Size Distribution of Aerosols on the Droplet Spectrum with a Newly Developed Triple-Moment Bulk Scheme [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 24(6): 693−710. doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2018.18048

三参数云微物理方案中气溶胶谱函数对云滴谱影响的数值模拟研究

邓玮[1, 2]　孙继明[1, 2, 3]　雷恒池[1, 2, 3]

1 中国科学院大气物理研究所云降水物理与强风暴重点实验室，北京 100029
2 中国科学院大学，北京 100049
3 南京信息工程大学大气物理学院气象灾害预报预警与评估协同创新中心，南京 210044

摘　要　观测和分档方案的数值模拟都证明气溶胶的谱分布特征对云滴谱的演变有直接影响继而作用于降水的发展。目前广泛使用的总体双参数云滴谱方案因为表征云滴谱的预报量不足，在凝结过程中云滴谱呈不正常的拓宽现象。因此在参数化方案中，气溶胶谱对云滴谱的影响未有明确结论。中科学院大气物理研究所（IAP）云降水物理与强风暴重点实验室（LACS）新研发的三参数方案（IAP-LACS）通过增加的预报量克服了云滴谱的拓宽问题，提高了云滴谱模拟的准确性。为了研究在参数化方案中气溶胶谱分布特征对云滴谱的影响，本文采用新方案进行 WRF（Weather Research and Forecasting mode）大涡理想性试验，验证了新方案中气溶胶对数正态谱函数中数浓度、几何半径和标准差 3 个参量对云滴谱演变的影响。针对 3 个参量的敏感性试验表明新的气溶胶活化方案和三参数云滴凝结增长方案能够描述气溶胶谱对云滴谱演变的影响规律：气溶胶数浓度对云滴谱影响最显著，数浓度越高活化生成的云滴数量越多，云滴半径越小，云滴谱趋向窄谱，气溶胶数浓度低时，云滴数量少、半径大。较大的几何半径使气溶胶谱向大粒径移动，导致大云滴生成，标准差对云滴谱的影响最不显著。

关键词　三参数化方案　气溶胶谱　云滴谱
文章编号　1006-9585(2019)06-0693-18　　**中图分类号**　P426.5^{+}1　　**文献标识码**　A
doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2018.18048

Numerical Simulation Research on the Effects of the Size Distribution of Aerosols on the Droplet Spectrum with a Newly Developed Triple-Moment Bulk Scheme

DENG Wei[1, 2], SUM Jiming[1, 2, 3], and LEI Hengchi[1, 2, 3]

1 *Key Laboratory of Cloud−Precipitation Physics and Severe Storms*, *Institute of Atmospheric Physics*, *Chinese Academy of Science*, *Beijing* 100029
2 *University of Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100049
3 *Collaborative Innovation Center on Forecast and Evaluation of Meteorological Disasters*, *Nanjing University of Information Science and Technology*, *Nanjing* 210044

收稿日期　2018-05-25；**网络预出版日期**　2018-10-10
作者简介　邓玮，女，1986 年出生，博士研究生，主要从事云微物理方案的研发与数值模拟研究。E-mail: dengwei@mail.iap.ac.cn.
资助项目　国家重点基础研究发展计划（973 计划）项目 2014CB441403，国家自然科学基金项目 41275147，国家重点研发计划项目 2016YFC0209000，宁夏科技支撑计划 项目 2015KJHM131
Funded by　National Basic Research Program of China (973 Program) (Grant 2014CB441403), National Natural Science Foundation of China (Grant 41275147), National Key Research and Development Program of China (Grant 2016YFC0209000), Ningxia Scientific Supporting Program (Grant 2015KJHM131)

Abstract Both observations and numerical simulations with bin microphysics indicated that aerosol concentrations and size distributions play an important role in cloud droplet spectrum evolution and precipitation formation. With limited prognostic variables, current bulk microphysics parameterization cannot simulate the cloud droplet spectrum evolution properly because of the abnormal broadening problem during condensation. No studies of the effect of the size distribution of aerosols on cloud droplet spectra with bulk scheme simulations have been conducted. The newly developed triple-moment bulk scheme includes an additional spectrum shape parameter and overcomes the abnormal broadening problem, which can be better applied to simulate the main characteristics of cloud droplet spectrum evolution than double-moment schemes. To analyze the effect of the size distribution of aerosols on the cloud droplet spectrum evolution using triple-moment microphysical bulk scheme IAP-LACS which has been developed by Key Laboratory of Cloud–Precipitation Physics and Severe Storms (LACS) of Insitute of Atmospheric Physics (IAP). This work focuses on the effects of three parameters of the size distribution of aerosols (i.e., number concentration, geometric radius, and standard deviation) on the cloud droplet spectrum evolution using WRF-LES ideal simulations. The results of the numerical sensitivity tests for the three parameters show that the newly developed triple-moment water vapor growth scheme coupled with the explicit aerosol activation process is a powerful tool to simulate the effect of the size distribution of aerosols on the cloud droplet spectrum evolution. Aerosol number concentration significantly affects the shape of the cloud droplet spectrum. A high aerosol number concentration results in a narrow droplet spectrum with activated droplets and small average size. By contrast, a low aerosol number concentration produces less droplets but with large radius. Enlarging the geometric radius, which means moving the aerosol spectrum toward a large particle size, leads to cloud droplets with a large size. Notably, the standard deviation plays a less important role in the cloud droplet spectrum than the aerosol number concentration and geometric radius.

Keywords Triple-moment bulk scheme, Size distribution of aerosols, Droplet spectrum

1 引言

对流性积云和层状云对地气系统中的能量收支和水循环有重要作用。云微物理过程中相变释放的潜热和液态、固态降水粒子可直接影响能量源汇及降水分布。云对太阳辐射的吸收和散射在全球辐射平衡中占重要地位，与降水和气候效应相关的降水效率、云高、云盖、生命期、云反照率等云的特性取决于各类云粒子之间发生的微物理过程。

云粒子来源于气溶胶中云凝结核（CCN）和冰核（IN）经过异质核化形成云滴和冰晶（Pruppacher and Klett，1997），其中云滴谱的形成和演变是云发展的基础。云滴凝结过程中释放的潜热为对流发展提供能量，随着云滴谱的拓宽，大云滴加速碰并促使雨水形成；另一方面，云滴随垂直气流上升至零度层上冻结形成冰粒子参与冰相过程，同时释放潜热可加速云顶发展。云滴谱特性受气溶胶的影响显著，大量观测表明：气溶胶数浓度与云滴数量直接相关，高浓度的气溶胶区域，云滴尺度偏小（Rosenfeld，1999；Liu et al.，2003；戴进等，2008；Yuan et al.，2008；石睿等，2015）。当水汽条件一定时，小粒径的云滴会减弱碰并效率，抑制降水的形成，延长云体生命期继而增加云体反照率，改变云的辐射强迫作用。通过与云的相互作用，气溶胶对降水和辐射平衡的影响被称为气溶胶间接效应（Twomey，1977；Albrecht，1989；Hansen et al.，1998）。

由于间接效应的重要性，气溶胶数量和半径对云滴谱的影响一直是云物理学关注的重要问题。数值模拟是探究该问题的有效手段，按照对粒子谱的描述方式，可将云微物理方案分为分档方案和总体参数化方案。分档方案是将云中的粒子谱划分为几十档分别进行云微物理过程模拟（Tzivion et al.，1987，1994；Hain et al.，2000），对粒子谱型模拟精度高，理论性强。Yin et al.（2000）模拟表明在大陆性云体中增加大粒径气溶胶数量可以促进云滴碰并过程，加速大滴形成促进降水；陈倩等（2013）研究表明：不同高度气溶胶数浓度的变化，不仅可以影响云滴谱特性和暖云降水，还会引发霰数量和有效半径的变化，影响冰相降水。分档方案的研究证明气溶胶的谱分布通过对云滴谱的直接作用，对暖云、冷云的降水过程都有影响，是数值模拟中不可忽略的重要过程。但是分档方案要考虑数十到上百个预报量，计算量巨大不适合业务预

报和全球气候模拟研究。

目前天气预报和气候模拟中基本使用总体参数化方案模拟云微物理过程。总体参数化采用特定的函数表征气溶胶和云粒子谱型，只需要考虑十几个预报量的变化，运行速度快，但参数化方案对粒子谱的模拟不如分档准确，这导致了气溶胶与云相互作用研究的不准确性。Lohmann（2008）指出参数化方案对云滴谱模拟的误差导致气溶胶效应在全球气候模式中被高估。

云滴谱模拟不准确的原因是总体参数化方案中表征云滴谱的预报量不足，云滴谱使用伽马函数表示：$n(r)=N_0r^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\beta r}$，其中$N_0$为截距参量，$\alpha$为形状参量，$\beta$为斜率参量。伽马函数中3个参量（$N_0,\alpha,\beta$）的计算需要3个预报量（Clark，1974），目前被广泛采用的单参云微物理方案（Lin et al.，1983）和双参方案（Morrison and Pinto，2005；Phillips et al.，2007）分别使用质量混合比和数浓度、质量混合比为预报量。国际先进的三参数方案可使用粒子数浓度、粒子质量混合比和雷达反射因子3个预报量求解雨、雪、霰、雹等粒子谱中的N_0、α和β 3个参量（Milbrandt and Yau，2005a，2005b，2006；Loftus et al.，2014），但云滴谱演变仍为双参方案，云滴谱分布中的形状因子α保持不变，这导致了云滴谱在凝结过程中不正常的拓宽现象（张军，2015）。

因为参数化方案对云滴谱模拟能力的不足，气溶胶谱分布对云滴谱的影响在参数化方案的模拟中还未有确切结论。中科学院大气物理研究所（IAP）云降水物理与强风暴重点实验室（LACS）新开发的IAP-LACS（邓玮，2018）三参数云微物理方案引入了云滴半径的总和为第三个预报量，克服了双参方案中云滴谱的拓宽问题，有效提高了气溶胶与云滴谱相互作用模拟的准确性，为探究在参数化方案中气溶胶谱对云滴谱影响提供了可行的数值工具。

本文拟通过背景气溶胶谱分布的敏感性试验，分析气溶胶的谱分布特征在对流过程中对云滴谱演变的影响。气溶胶谱分布在参数化方案中采用正态函数表示（Saleeby et al.，2004，2013）：$n(r)=N_{\mathrm{t}}\exp\left[-\left(r-r_{\mathrm{g}}\right)^2/(2\sigma^2)\right]/\left(\sqrt{2\pi}\,\sigma\right)$，谱函数$n(r)$是由数浓度$N_{\mathrm{t}}$、几何半径$r_{\mathrm{g}}$和标准差$\sigma$这3个参量决定。本文中选取了5组气溶胶背景分布，利用WRF（Weather Research and Forcasting mode）中大涡理想性试验（LES）分别模拟了一个对流热泡的发展过程。通过比较不同个例中云滴谱形状差异，本文分析了气溶胶谱函数中3个参量对云滴谱的作用，揭示了新方案中气溶胶谱分布对云滴谱演变的影响，为下阶段雨水的模拟奠定基础，也为天气预报和辐射强迫中气溶胶效应的观测和模拟研究提供参考。

2 数值模拟方案简介

2.1 动力框架设置

本研究使用的动力框架为WRF3.4的大涡理想性试验（LES），模拟一个对流热泡20 min的发展过程，热泡使用热启动，中心启动温度为3 K，热泡半径为300 m。文中的数值模拟皆采用垂直分辨率100 m和水平分辨率50 m的网格距，模拟区域为水平、垂直方向各12 km，动力步长1 s。

2.2 云微物理方案简介

本研究使用的参数化方案为IAP-LACS三参数云微物理方案（邓玮，2018），该方案建立了新的气溶胶活化和云滴凝结方案。在新方案中气溶胶谱分布使用对数正态分布函数表示，谱分布中活化的气溶胶数浓度（CCN）由环境过饱和度和使用寇拉曲线计算的气溶胶临界过饱和度诊断而得，临界饱和度小于环境过饱和度的气溶胶会活化生成云滴。研究表明气溶胶的粒径在计算临界过饱和度中起决定性作用（Frank et al.，2006），所以新活化方案中设定气溶胶是从大尺度端开始活化。为了考虑云内或云底的二次活化问题，新方案中气溶胶活化后不清空，将活化的CCN视为进入云滴，当云滴蒸发后干气溶胶再次生成，在云内或云底可再次活化。

本文中气溶胶的化学组分为单一态可溶性硫酸盐，1个云滴内即包含1个CCN（Mitra et al，1992）。因此气溶胶谱分布可划分为干气溶胶和活化后进入云滴的CCN，气溶胶活化后的初始云滴半径使用Kogan et al.（2012）在层状云底观测的CCN粒径及对应云滴粒径的数据确定。在云微物理模拟过程中，新活化生成的云滴会实时更新云滴谱中的云水量、云滴数浓度、平均半径3个预报量，并重新计算云滴谱的伽马函数中的3个参数。

气溶胶活化后形成云滴谱，Clark（1974）根

据云滴谱的伽马方程表达式$n(r)=N_0r^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\beta r}$，引入云滴谱平均半径（$R_c=\alpha/\beta$）为第3个预报量（另外两个预报量分别为云水质量和云滴数浓度），根据平均半径可以推导出伽马函数中两个参数（α，β）的时间变化率为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}=\dfrac{4kS\beta^2}{\alpha-1}-\dfrac{6ka\beta^3}{(\alpha-1)(\alpha-2)}\\[2ex]\dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t}=\dfrac{3kS\beta^3}{\alpha(\alpha-1)}-\dfrac{5ka\beta^4}{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}\end{cases},\quad(1)$$

其中，S为环境过饱和度，k和a为常数，k=0.98 μm^{-2} s^{-1}，a=0.115 μm。云滴数量在凝结过程中保持不变，α和β随时间的变化便表示了云滴谱形在凝结过程中的变化。云滴谱的平均半径（$R_c=\alpha/\beta$）在凝结过程中的改变是由α和β诊断计算。气块模式的测试表明如果直接使用公式（1）进行时间积分运算，过饱和度低的情况下由于积分不稳定，云滴谱的模拟会出现误差，新方案针对公式（1）采用Runge-Kutta-Fehlberg积分方法（马振华等，2007），

$$\begin{cases}Y_{n+1}=Y_n+\mathrm{d}t\times\left(\dfrac{25}{216}K_1+\dfrac{1408}{2565}K_3+\dfrac{2197}{4104}K_4-\dfrac{1}{5}K_5\right)\\K_1=f(x_n,y_n)\\K_2=f\left(x_n+\dfrac{\mathrm{d}t}{4},y_n+\dfrac{\mathrm{d}t}{4}\times K_1\right)\\K_3=f\left(x_n+3\times\dfrac{\mathrm{d}t}{8},y_n+3\times\dfrac{\mathrm{d}t}{32}\times K_1+9\times\dfrac{\mathrm{d}t}{32}\times K_2\right)\\K_4=f\left(x_n+12\times\dfrac{\mathrm{d}t}{8},y_n+1932\times\dfrac{\mathrm{d}t}{2197}\times K_1-7200\times\dfrac{\mathrm{d}t}{2197}\times K_2+7296\times\dfrac{\mathrm{d}t}{2197}\times K_3\right)\\K_5=f\left(x_n+\mathrm{d}t,y_n+439\times\dfrac{\mathrm{d}t}{216}\times K_1-8\times\mathrm{d}t\times K_2+3680\times\dfrac{\mathrm{d}t}{513}\times K_3-854\times\dfrac{\mathrm{d}t}{4104}\times K_4\right)\end{cases}\quad(2)$$

其中，Y_{n+1}为下一个时间步长（dt）的积分结果，Y_n为目前时刻的已知结果，$f(x_n, y_n)$为目标函数，K_1、K_2、K_3、K_4、K_5为Runge-Kutta-Fehlberg 5个积分步骤所需的数值。使用该方法对α进行积分的稳定性判据（λ_α）为

$$\lambda_\alpha=\frac{\partial f}{\partial\alpha}=\frac{3ka\beta^3(2\alpha-3)}{(\alpha^2-3\alpha+2)^2}-\frac{4kS\beta^2}{(\alpha-1)^2}.\quad(3)$$

若$\lambda_\alpha<0$则积分稳定，可推导出积分稳定性的判定式：

$$(2SR_c-6a)\alpha^2-\alpha(8SR_c-9a)+8SR_c>0.\quad(4)$$

当平均半径（R_c）、形状因子（α）、过饱和度（S）满足公式（4），则形状因子的数值积分稳定。根据公式（4）可知，积分稳定性与云滴谱的平均半径（R_c）和过饱和度（S）有关，两个值越高云滴凝结越趋于稳定。所以在模拟过程中，当过饱和度（S）为小值时，易导致积分的不稳定。如果积分不稳定则先不进行凝结计算，而是通过动力作用中增加过饱和度，当过饱和度累积到满足公式（4）时，才进行凝结计算。因为在凝结过程中云滴谱的谱宽是由形状因子（α）确定，当α积分稳定时，斜率（β）的积分也趋于稳定。

新的数值解法可以更准确模拟云滴谱的演变，为了验证新方案的准确性，下文展示了气块模式中新方案的模拟效果。张军（2015）在气块模式中对比了双参数和两种不同分档个数的分档方案模拟的云滴谱凝结过程与解析解（Rogers and Yau，1989）的计算结果（过饱和度稳定为0.1%）。根据解析解的模拟结果，云滴谱谱型在凝结过程中谱宽变窄，因为云滴半径与半径增长率呈反比，小云滴的增长速率快于较大云滴，在凝结过程中云滴谱数浓度不变，随着云滴谱宽度变窄，峰值数浓度增加。本文首先也利用气块模式比较了参数化和分档方案模拟结果的异同。双参数方案（2M）的模拟结果明显与理论相悖，在凝结过程中云滴谱形拓宽，峰值数浓度变低（图1a），分档个数较少（160档）的分档方案（fd160）在凝结过程中2 min时仍出现一定程度的扩散，谱宽有一定拓宽（图1b），分档个数高达2000档的分档模式（fd2000）才避免了扩散问题（图1c）。在相同条件下，三参数方案（3M）模拟的云滴谱与解析解的变化趋势一致，谱宽在凝结过程中变窄，两个云滴谱的峰值半径在2 min时都可超过5 μm，谱宽较接近（图1d）。

凝结不改变云滴数浓度，所有曲线的积分值都相等，如图所示解析解的云滴谱不是一根完整的曲线，参数化方案中的伽马函数必须实时保持闭合曲线，所以解析解的峰值数密度高于三参方案的模拟结果，并且新方案的模拟结果没有160档分档方案出现的扩散现象，与分档个数多的分档方案相比新方案显著节省了计算时间。

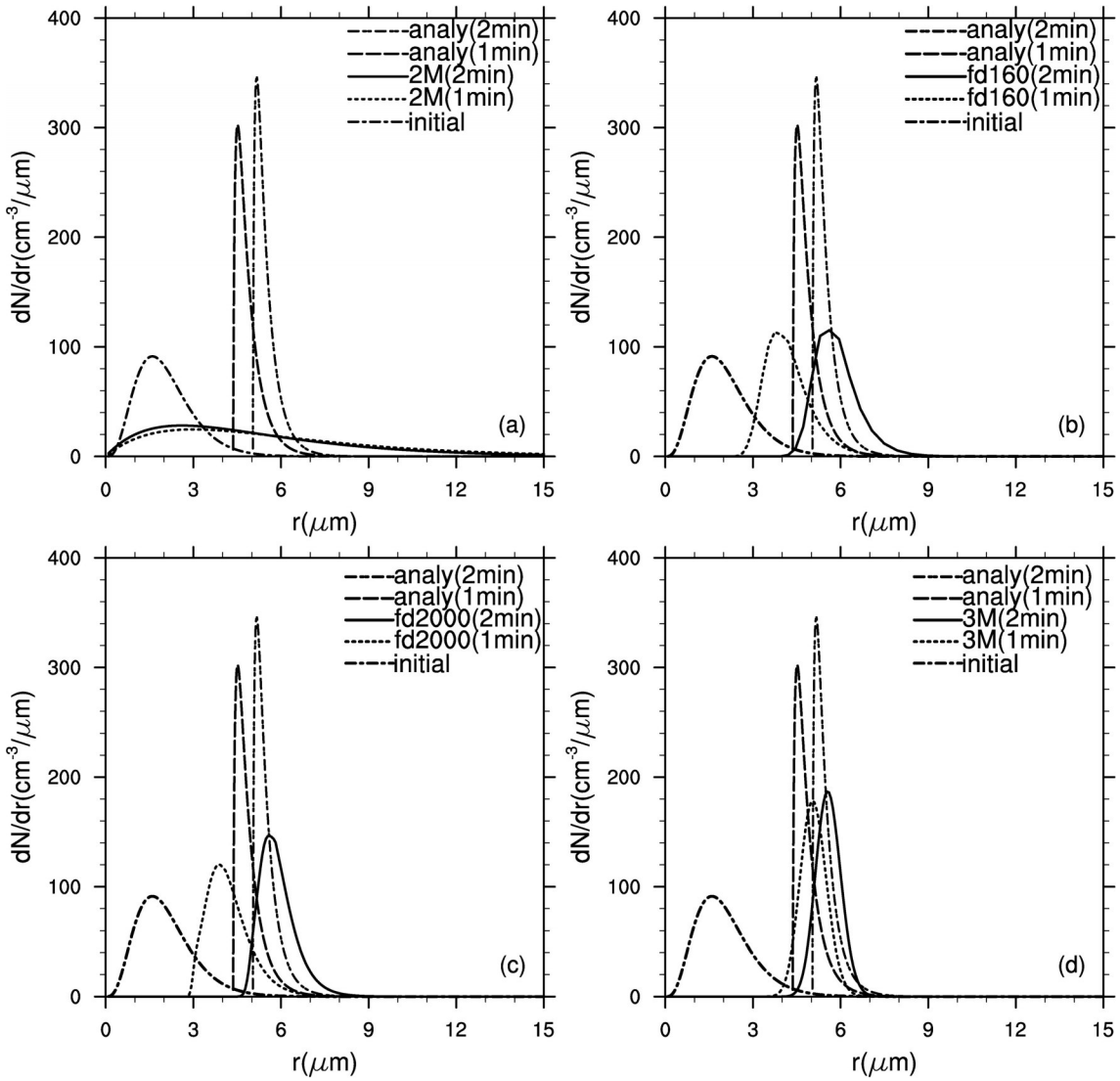

图1 气块模式中（a）双参数凝结方案（2M）、（b）分档个数为160档的分档方案（fd160）、（c）分档个数为2000档的分档方案（fd2000）和（d）三参数方案（3M）与解析解（analy）进行2 min云滴谱凝结数值模拟的结果对比，图中1min和2min分别代表第一分钟和第二分钟的结果

Fig. 1 Evolution of droplets spectra during condensation in parcel model for two minutes where 1min and 2min represent the results at 1 min and 2 min using the analytical solution (analy): (a) Double-moment scheme (2M); (b) bin scheme with 160 bins (fd160); (c) bin scheme with 2000 bins (fd2000); (d) triple-moment bulk scheme (3M)

3 试验方案设计

3.1 背景气溶胶敏感性试验

新方案的活化过程中气溶胶的谱函数采用对数正态分布，气溶胶的谱分布函数：

$$n(r)=\frac{N_{\mathrm{t}}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\exp\left[-\frac{(r-r_{\mathrm{g}})^2}{2\sigma^2}\right]. \tag{5}$$

气溶胶谱的形状由3个参量决定，分别为气溶胶数浓度（N_{t}）、几何半径（r_{g}）和标准差（σ）。本文需要进行3组敏感性试验分别验证N_{t}、r_{g}和σ对云滴谱模拟结果的影响。本研究参考Ming et al.（2006）中总结的数值模拟中典型气溶胶谱分布特征，采用5种不同的背景气溶胶谱分布分别进行热泡模拟，5个不同的敏感性试验个例（T1、T2、T3、T4、T5）的N_{t}、r_{g}和σ设置如表1所示。同时，气溶胶数浓度随高度的垂直分布$N(z)$满足如下方程：

$$\begin{cases} N(z)=N_{\mathrm{t}}, & z\leqslant 700\ \mathrm{m} \\ N(z)=N_{\mathrm{t}}\exp\left(-\dfrac{z-700}{8000}\right), & z>700\ \mathrm{m} \end{cases} \tag{6}$$

在 700 m 以下高度，气溶胶数浓度 $N(z)$ 保持不变，数量为 N_t，700 m 以上数浓度 $N(z)$ 呈指数递减。

3.2 热力学条件

本文中 WRF 大涡理想性试验（WRF-LES）数值模拟使用的大气温湿层结廓线为 Yau（1980）的温湿数据，不考虑水平风。该层结廓线具有典型深度对流的特征，整层大气湿度高，对流云发展充分云顶能发展至近 10 km，因为不考虑雨滴和冰相过程，云滴在强对流过程中能充分凝结。

3.3 试验分组

依照表 1 中的气溶胶谱分布参数设置，本研究主要进行三组敏感性试验对比。试验 1 为比较 T1、T2 和 T5 3 个个例的模拟结果用于检验气溶胶数浓度对云滴谱形状的影响，试验 2 为 T1 和 T4 2 个个例的模拟结果用于验证几何半径对云滴谱的影响，试验 3 是 T2 和 T3 的模拟结果，为了检验标准差对云滴谱演变的作用。

表 1 气溶胶谱分布的参数设置

Table 1 Parameters for the aerosols particle distributions

试验个例	N_t/cm^{-3}	r_g/μm	σ
T1	300	0.02	2.5
T2	1000	0.02	2.5
T3	1000	0.02	1.5
T4	300	0.1	2.5
T5	10000	0.02	2.5

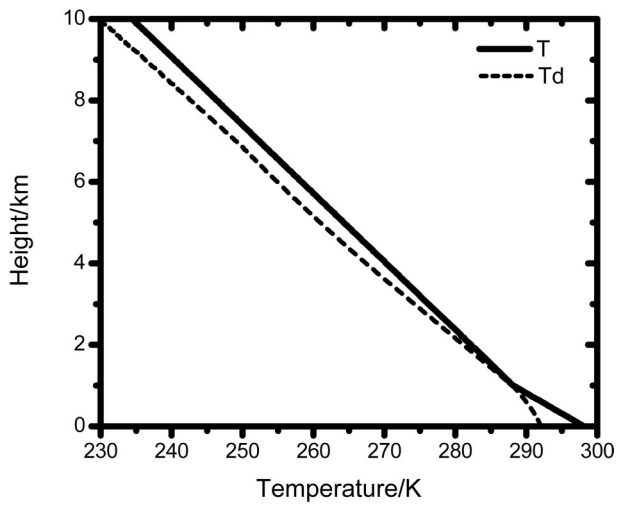

图 2 大涡模拟中使用的温度 T（实线）和露点 T_d（虚线）的垂直廓线

Fig. 2 Initial vertical profiles of temperature T (solid line) and dew point temperature T_d (dashed line) uesd in WRF-LES simulation

4 模拟结果

4.1 气溶胶谱分布参量对云微物理量的影响

本文首先展示 5 个大涡模拟试验模拟的对流云云体发展的总体特征，分析云滴数浓度、云滴平均半径和云水含量在时空分布上的差异及气溶胶参数对云微物理量差异的影响。图 3~8 中纵坐标表示 WRF 大涡模拟中垂直方向（Z）的高度范围，横坐标代表水平面上东西向距离范围，所有模拟结果是位于水平面上南北向的中心截面。本研究选取了热泡发展过程中 7 min、12 min 和 17 min 3 个时刻，分别展示云滴数浓度、平均半径等微物理量的空间分布。

4.1.1 气溶胶数浓度对云微物理量的影响

图 3 展示了 T1（N_t=300 cm^{-3}）、T2（N_t=1000 cm^{-3}）、T5（N_t=10000 cm^{-3}）个例在对流云发展的初始阶段（7 min）模拟的云滴数浓度（N_c）和云滴平均半径（R_c）的空间分布。由图可见，初始阶段大量气溶胶活化，气溶胶的数浓度直接影响云滴数量，气溶胶数浓度越高活化得云滴数量越多。T1 模拟个例中因为背景气溶胶在边界层中最大值为 300 cm^{-3} 活化生成的云滴数量主要集中于 200~250 cm^{-3}（图 3a）。T2 个例中边界层气溶胶数量最大值为 1000 cm^{-3}，云滴数量峰值为 600 cm^{-3}，T5 个例中气溶胶达到 10^4 cm^{-3}，云滴数浓度维持在 10^3 cm^{-3}，云顶处云滴大值带的数浓度可达到 4000~5000 cm^{-3}。同时，云滴谱的平均半径结果显示平均半径与模拟的云滴数浓度呈反比，在 T1 中气溶胶数浓度量级最小但云滴谱平均半径数值最大，接近云顶的平均半径最大值可以达到 14~17 μm。T2 的模拟结果显示云滴谱的平均半径集中在 8~11 μm 左右，在 T5 个例中，云滴数浓度最高，云滴谱平均半径最小，主要为 2~5 μm。

12 min 时云顶发展至 6 km（图 4），随着凝结发展云滴的平均半径增加迅速，最大值位于云顶。在热泡两侧的 3~4 km 处发展出对称的涡旋结构，在涡旋附近出现云滴数浓度大值和较低的云滴谱平均半径。T1 个例的模拟结果中云滴数浓度基本维持 200 cm^{-3}，云滴谱平均半径最大，在 2 km 以上高度平均半径可达到 15 μm，T2 模拟的云滴数浓度为 500~600 cm^{-3}，云滴平均半径主要为 11~13 μm，只有云顶处平均半径达到 15 μm。在 T5 个例的模

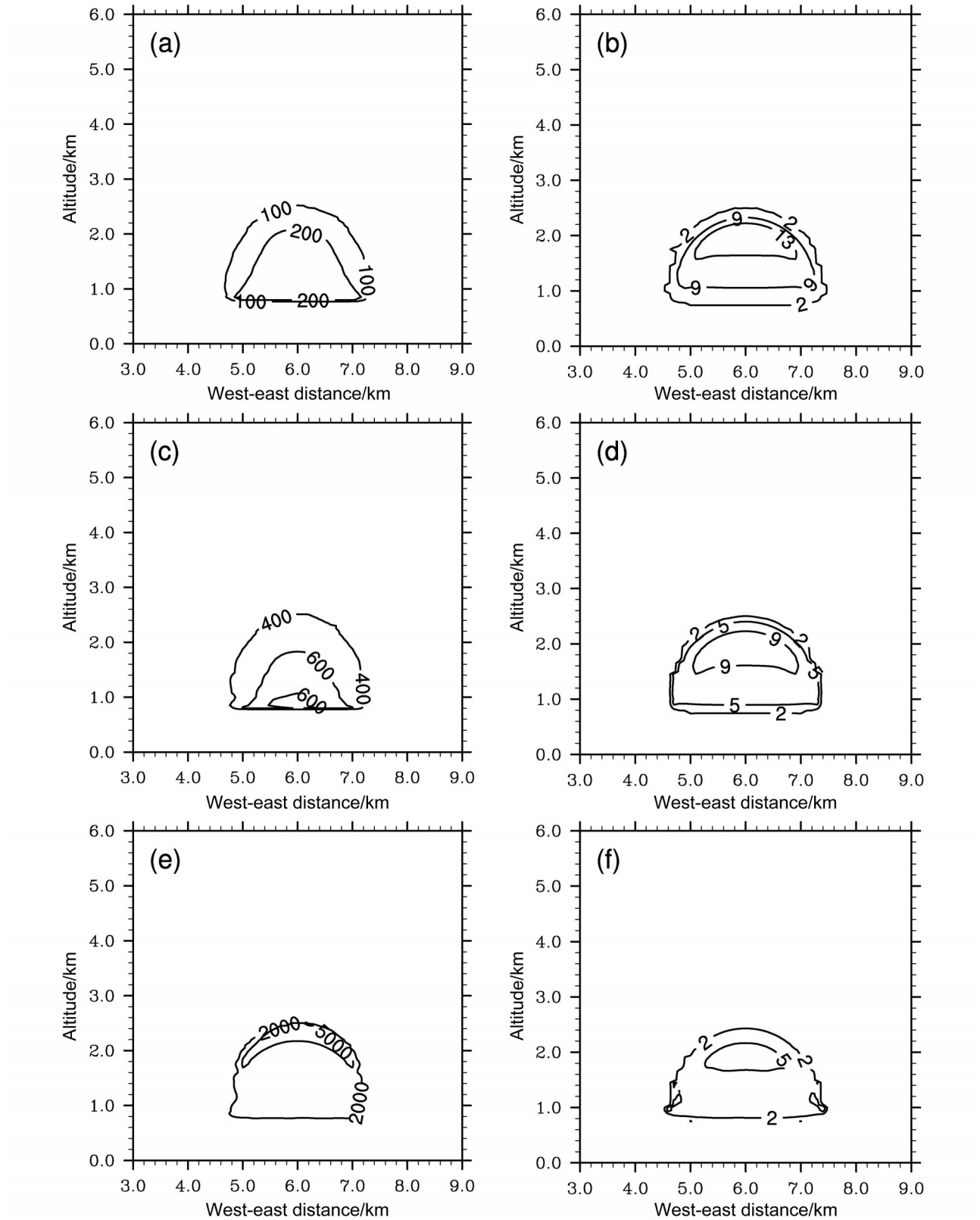

图3 7 min时刻（a、b）T1（N_t=300 cm^{-3}）、（c、d）T2（N_t=1000 cm^{-3}）和（e、f）T5（N_t=10000 cm^{-3}）个例模拟的云滴数浓度（单位：cm^{-3}）（左列）、云滴平均半径（单位：μm）（右列）的空间分布

Fig. 3 The spatial distribution of droplets number concentration (units: cm^{-3}) (left column) and average radii of droplets (units: μm) (right column) in (a, b) T1 (N_t=300 cm^{-3}), (c, d) T2 (N_t=1000 cm^{-3}), and (e, f) T5 (N_t=10000 cm^{-3}) aerosols background cases after simulating 7 min

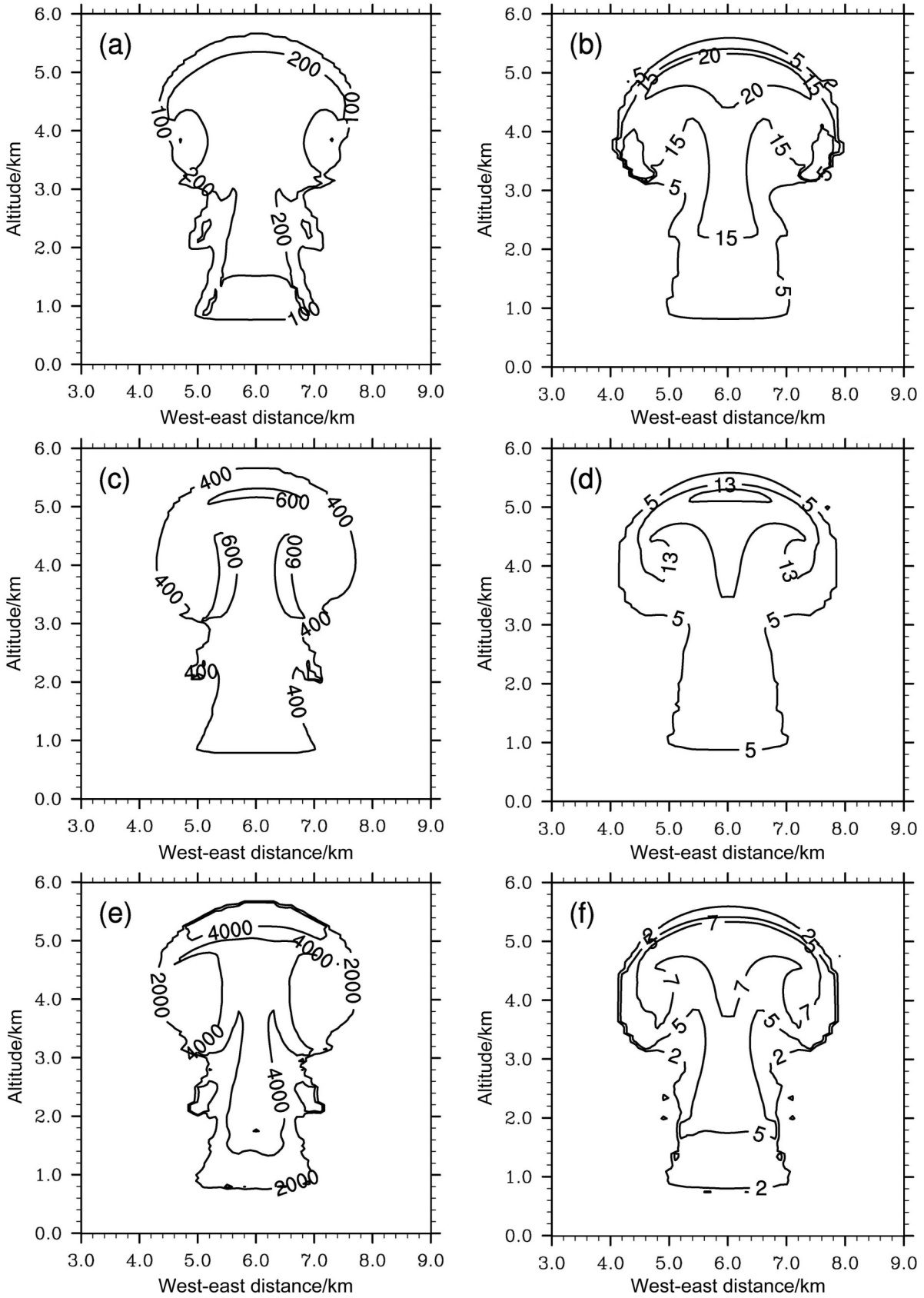

图4 同图3，但为12 min时刻

Fig. 4 Same as Fig. 3, but at 12 min

拟中，云滴数浓度为3000~4000 cm^{-3}，在云顶附近云滴谱平均半径峰值可达7 μm，与T1和T2的相比T5模拟的云滴谱平均半径最小。

当云顶发展到接近9 km时（图5），3个个例中云滴数浓度的量级都没有显著变化。T1的模拟中平均半径的增长最迅速，在7 km以上的云顶和两侧涡旋处皆可达20 μm。在T2个例中，云滴因为充分凝结，云体中上部平均半径可达13 μm，T5个例中的云滴尺度增长速度最慢，云体发展最旺盛时，平均半径最大值为7 μm。

从试验1的模拟结果可知，气溶胶数浓度对云滴数浓度和平均半径的影响显著，因为高浓度气溶胶可以提供更多的CCN。云滴谱的平均半径与气溶胶数浓度和云滴数量呈反比，气溶胶数浓度越低模拟的云滴谱平均半径越大。图6为T1、T2和T5 3个个例在7 min、12 min和17 min模拟的云水量（Q_c）的时空分布，从图中可见3个个例在每个时刻云水量的空间分布几乎无显著差异，说明气溶胶数浓度不影响云水量的模拟。除了数浓度（N_t）外，T3和T4中云水量的模拟结果皆表明气溶胶谱函数中几何半径（r_g）和标准差（σ）对云水量的模拟基本无影响，本文中图略。

4.1.2 几何半径对云微物理量的影响

试验2中T1和T4个例的气溶胶数浓度（N_t）和标准差（σ）相同，T1的几何半径（r_g=0.02 μm）小于T4（r_g=0.1 μm）的数值。T4在3个发展时期的云滴数浓度和平均半径（图7）对比T1相应的结果可知，两个个例的云滴数浓度量级基本一致，T4的数浓度略大于T1的结果，T4个例模拟的云滴数浓度为260 cm^{-3}（图7a），T1为200 cm^{-3}（图3a）。云滴谱平均半径的差异显著，7 min时，T1的云滴平均半径可达13 μm（图3b），T4在云顶处平均半径可超过为20 μm（图7b）。T4个例中云滴谱平均半径增长迅速，云顶发展至6 km时，T4个例中云上部的平均半径大值区可达30 μm（图7d），远大于T1个例在云顶处出现20 μm的大值（图4b）。随着对流的发展，当云发展到最旺盛时，T4个例在云顶和两侧湍涡处云滴平均半径皆可达到27~30 μm。

在热泡的整个发展过程中，T1和T4两个个例的背景气溶胶数浓度一致所以模拟的云滴数量差异较小，但云滴平均半径差异显著，T4个例模拟的云滴平均半径增长速度大于T1。这说明气溶胶谱函数中几何半径量级越大，模拟生成的大云滴数量越多。

4.1.3 几何标准差对云微物理量的影响

图8为T3个例（σ=1.5）背景气溶胶设置下7 min、12 min和17 min时刻云滴数浓度（N_c）和平均半径（R_c）的模拟结果，T2（σ=2.5）个例中的标准差略大于T3，T2模拟的云滴数浓度高于T3的云滴数量，T2云滴数量峰值为600 cm^{-3}（图3c、4c、5c），T3的云滴数浓度最大值为700 cm^{-3}（图8a、8c、8e）。T3模拟的云滴谱平均半径低于T2的数值，T2的平均半径峰值为13~15 μm（图3d、图4d），T3个例中平均半径最大值为11~14 μm（图8d、8f）。较大的标准差（σ）导致模拟的云滴数浓度较小以及云滴平均半径较大，但两个个例之间的差异较小，标准差对云微物理量的影响要小于数浓度和几何半径。

通过三组试验的对照可知，气溶胶谱函数中的3个参数对云微物理量均有不同程度的影响。气溶胶数浓度的量级变化大，作用也最显著，数浓度（N_t）与云滴数浓度成正比与云滴平均半径成反比。气溶胶谱函数中的几何半径（r_g）的作用不如数浓度明显，几何半径越大导致模拟的大云滴数浓度增加，云滴平均半径较大。谱函数中的标准差σ因为变化小，对云微物理量的影响最不显著。平均半径表征云滴的尺度分布，较大的平均半径反映了拓宽的云滴谱，较小的平均半径代表了较窄的云滴谱。因此，气溶胶谱函数中的参量必定对云滴谱的演变产生影响。

4.2 气溶胶谱函数参量对云滴谱的影响

为了研究数浓度（N_t）、几何半径（r_g）和标准差（σ）对云滴谱模拟的影响，下文分别展示7 min、12 min和17 min在对流云中心不同高度处3组试验模拟的云滴谱，分析其模拟结果的差异及产生原因。

4.2.1 气溶胶谱分布中数浓度对云滴谱模拟结果的影响

图9展示了T1（N_t=300 cm^{-3}）、T2（N_t=1000 cm^{-3}）和T5（N_t=10000 cm^{-3}）个例中云滴谱在3个时次和3个不同高度（云底、云中、云顶）的模拟

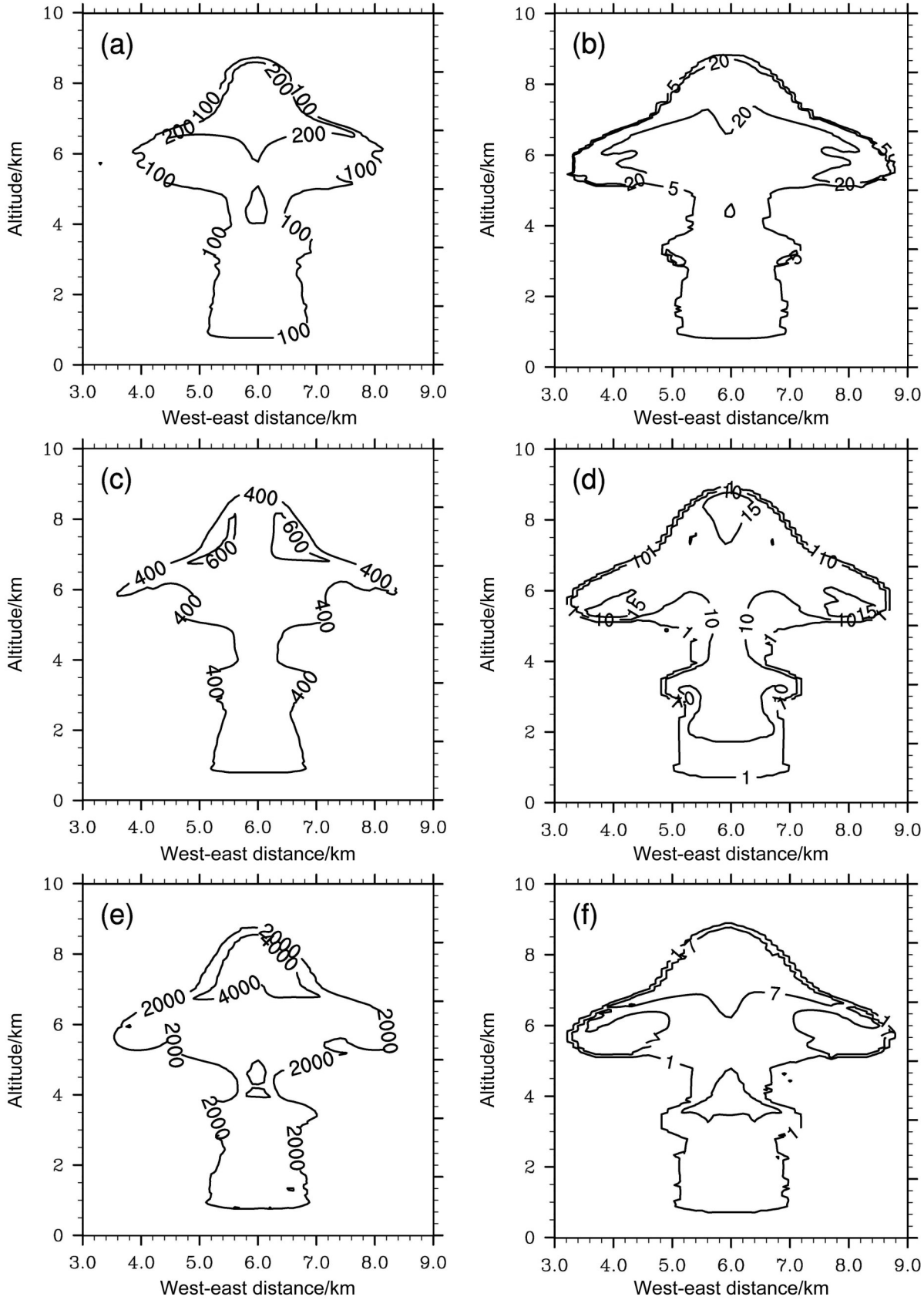

图5 同图3，但为17 min时刻

Fig. 5 Same as Fig. 3, but at 17 min

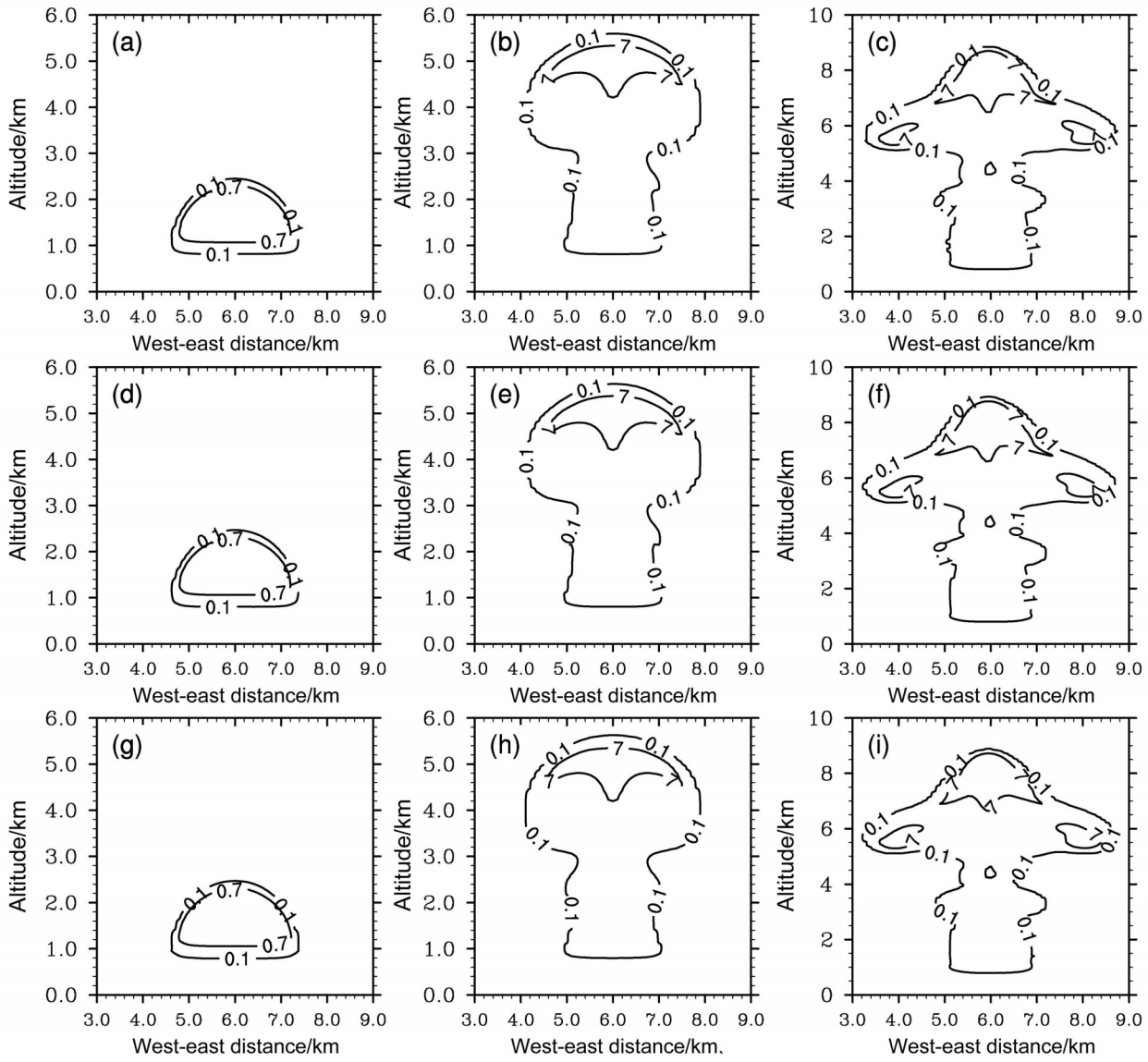

图6 （a、d、g）7 min，（b、e、h）12 min和（c、f、i）17 min时刻T1（N_t=300 cm^{-3}，第一列）、T2（N_t=1000 cm^{-3}，第二列）和T5（N_t=10000 cm^{-3}，第三列）个例模拟的云水含量（Q_c，单位：g kg^{-1}）的空间分布

Fig. 6 The spatial distributions of simulated cloud water content (Q_c, units: g kg^{-1}) in T1 (N_t=300 cm^{-3}, the first line), T2 (N_t=1000 cm^{-3}, the second line) and T5 (N_t=10000 cm^{-3}, the third line) aerosol background cases at (a, d, g) 7 min, (b, e, h) 12 min, and (c, f, i) 17 min respectively

结果。由图可知，所有高度上T5云滴谱峰值量级始终维持在10^4 cm^{-3}/μm，T2个例超过10^3 cm^{-3}/μm，T1模拟的云滴谱峰值主要为10^2~10^3 cm^{-3}/μm。并且T1、T2和T5个例模拟的云滴谱谱宽依次递减，这与前文所示气溶胶数浓度与云滴数浓度成正比和平均半径成反比相符。

在对流云发展初期（7 min），云底1500 m处气溶胶活化占主导，凝结过程不充分。T1、T2和T5个例模拟的云滴谱皆是窄谱且谱宽较接近（图9a），气溶胶数浓度对云滴谱的影响不显著。在2000 m处，T1个例模拟的云滴谱最大半径接近20 μm，T2和T5的云滴半径增长速度不如T1，最大云滴半径不超过15 μm（图9b）。在2800 m高度，T1的谱宽接近25 μm，T2的谱宽可达18 μm而T5的最大半径未超过10 μm（图9c）。

12 min时云顶高度接近6 km，在经历了充分地凝结增长3个模拟个例的云滴谱都向大尺度拓宽。3个个例之间的谱宽差距在增大，T1云滴谱拓宽最迅速，在3750 m可最大半径可达28 μm（图8e），并在6000 m处超过30 μm（图9f）。T2在

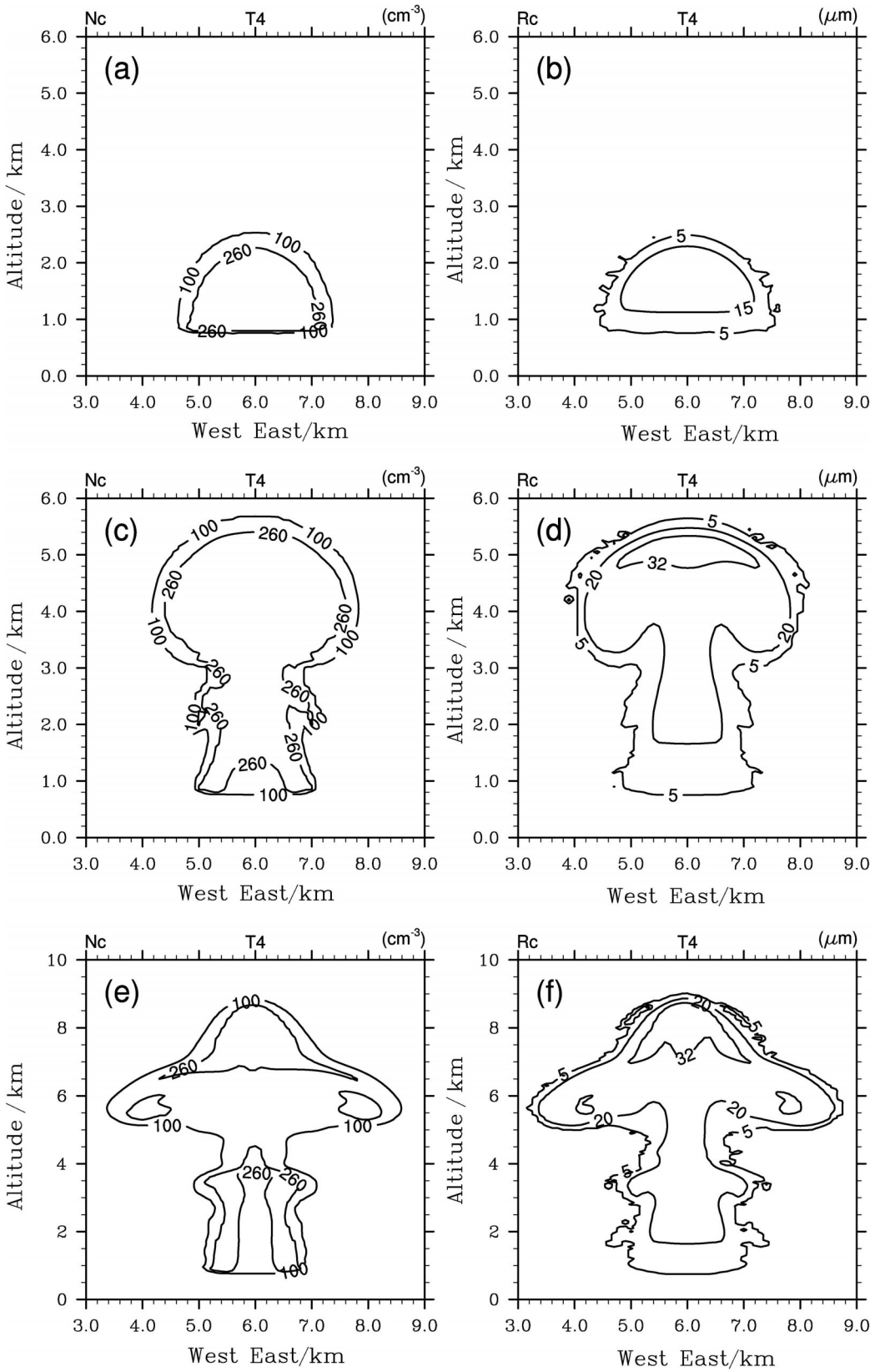

图7 （a、b）7 min、（c、d）12 min和（e、f）17 min时刻T4个例模拟的云滴数浓度（N_c，单位：cm^{-3}）（左列）和平均半径（R_c，单位：μm）（右列）的空间分布

Fig.7 The spatial distributions of simulated droplets concentration number (N_c, units: cm^{-3}) (left column) and average radius of droplets (R_c,units: μm) (right column) in T4 aerosol background cases at (a, b) 7 min, (c, d) 12 min, and (e, f) 17 min respectively

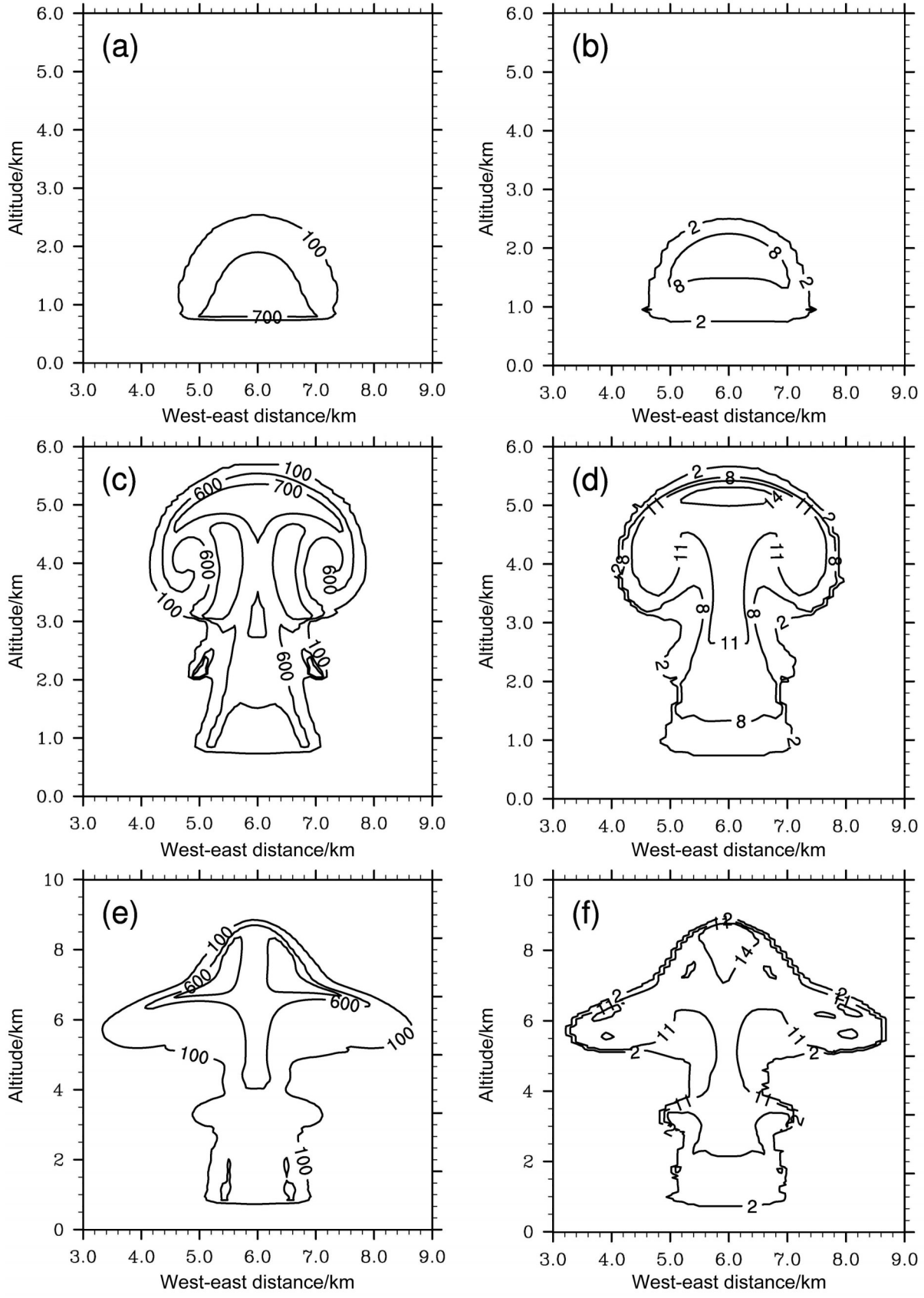

图8 同图7，但为T3个例模拟的云滴数浓度和平均半径的空间分布

Fig. 8 Same as Fig. 7, but for T3

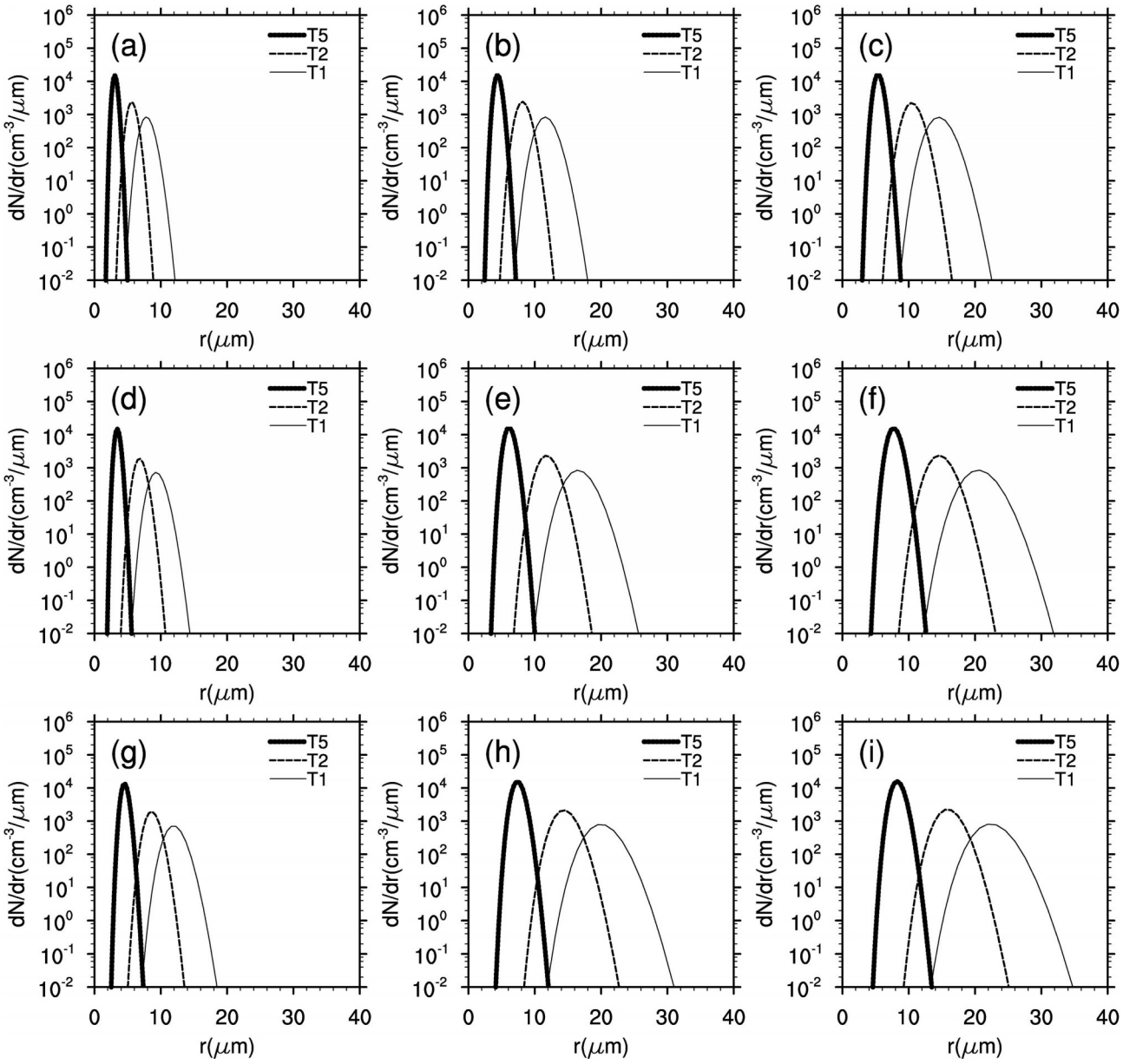

图 9　T1、T2 和 T5 个例分别于 7 min（第一行）、12 min（第二行）、17 min（第三行）在（a）1400 m、（b）2000 m、（c）3000 m、（d）1550 m、（e）3750 m、（f）6000 m、（g）2000 m、（h）5400 m、（i）8800 m 等高度模拟的云滴谱分布

Fig. 8　Droplets spectra simulated in T1, T2, and T5 aerosols background case at the height of (a) 1400 m, (b) 2000 m, (c) 3000 m, (d) 1550 m , (e) 3750 m, (f) 6000 m, (g) 2000 m, (h) 5400 m, and (i) 8800 m at 7 min (the first line), 12 min (the second line), and 17 min (the third line) respectively

3750 m 模拟的云滴半径最大值为 20 μm，在 6000 m 处为 25 μm，云滴数浓度最高的 T5 个例云滴半径增长最不显著，云滴最大半径在 6 km 处达到 13 μm，云滴尺度没有显著增长（图 9f）。在对流旺盛阶段，气溶胶数浓度对云滴谱的影响趋于显著，T1 个例中云滴谱拓宽最明显，T2 次之，T5 云滴谱拓宽最缓慢。

对流云发展后期（17 min），3 个个例中云滴谱的增长速率较之前都有所减慢，在 8800 m 接近云顶处处 T1 最大云滴半径可达 36 μm（图 9i）与 5400 m 相比增长了 4 μm，T2 个例中从 24 μm 增长为 26 μm，T5 个例模拟的云滴半径在 8800 m 都未超过 15 μm。模拟结果说明高浓度的气溶胶数浓度会缩小云滴半径，而小粒径云滴难以触发碰并等雨滴形成机制（Yin et al.，2000；Rosenfeld et al.，2001），气溶胶数浓度不仅直接影响云滴谱演变还会对云雨滴的转化产生影响。

气溶胶数浓度影响云滴谱的原因可用图 10 说

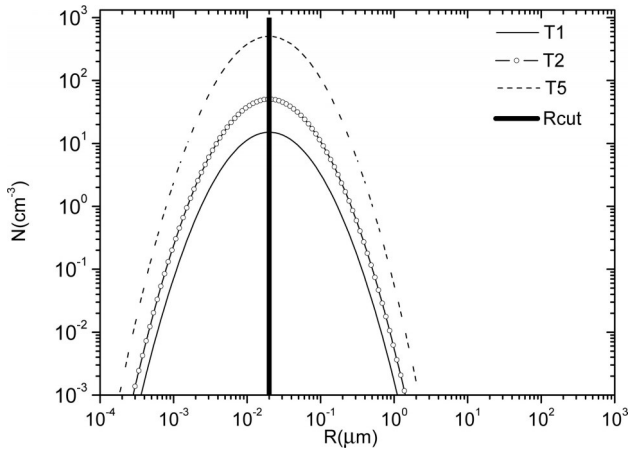

图10 边界层中T1、T2、T5个例的气溶胶谱分布，Rcut代表气溶胶谱分布中未活化的干气溶胶和活化为云滴的CCN的半径分界线

Fig. 10 The size distribution of aerosols for T1, T2, and T5 cases in boundary layer, Rcut represents the radius boundary between dry aerosols (unactivated aerosols) and CCN (nucleated aerosols) of aerosols size spectrum

明，图10为T1、T2和T5边界层中的气溶胶谱分布。由寇拉理论，当环境过饱和度高于气溶胶的临界过饱和度时气溶胶即活化为云滴，同一半径的气溶胶对应的临界过饱和度相同。当格点处于过饱和的情况下，假设气溶胶谱型中干气溶胶与云凝结核（CCN）的半径分界线为Rcut，即粒径大于Rcut的气溶胶皆可活化为云滴，所以较高量级的气溶胶数浓度（N_t）活化为较多的云滴。模拟结果显示，不同个例模拟的云水量基本一致，云滴数浓度越多时云滴谱趋于窄谱，当云滴数浓度低时，云滴谱拓宽。有数值模拟表明，CCN数浓度高的情况时，云滴谱趋于窄谱，从而削弱云雨自动转化和云滴碰并过程（Andreae，2004；Frank et al.，2006；Liu et al.，2002），抑制暖雨发生，这与新方案的研究结果相符。

4.2.2 气溶胶谱函数中几何半径对云滴谱模拟结果的影响

图11为7 min、12 min和17 min时刻，T1（r_g=0.02 μm）和T4（r_g=0.1 μm）在不同高度的水平中心格点上的云滴谱模拟结果，试验2中T1和T4个例模拟的云滴谱差异显著。T4个例中模拟的云滴谱在对流过程中拓宽速率快于T1，云滴谱峰值略高于T1。在7 min云底1250 m（图11a）处，两者的最大云滴半径相差5 μm，在2850 m（图11c），T4的最大云滴半径超过T1的最大半径近12 μm。在整个模拟过程中，T4个例中云滴谱拓宽显著，大云滴数量多，所以模拟结果中平均半径数值较大。在6200 m处（图11f）T4个例模拟的云滴谱出现半径达50 μm的云滴。在云顶8800 m处（图11i），T4的云滴最大半径超过T1的结果近20 μm。

图12显示了T1和T4在边界层中的气溶胶谱分布，几何半径越大，气溶胶谱型向大尺度移动。在同一过饱和度下，T4可发生活化的气溶胶数浓度（粒径大于Rcut的CCN数量）与T1相比数量上略多，但CCN的粒径都较大，活化生成云滴的尺度也较大。几何半径（r_g）主要影响云滴尺度，背景气溶胶谱函数中的几何半径越大，模拟的云滴谱中大滴越多，对流过程中云滴谱拓宽速率越快。

4.2.3 气溶胶谱函数中标准差对云滴谱模拟结果的影响

相较于气溶胶谱分布中数浓度（N_t）和几何半径（r_g），T2（σ=2.5）和T3（σ=1.5）的模拟结果表明标准差对云滴谱的影响最不显著。如图14所示两个个例的云滴谱在整个模拟过程中几乎无差别，只在3000~8000 m的中高层，T2的云滴谱谱宽大于T3的谱宽约1 μm，T2模拟的云滴数浓度略峰值略低于T3。

气溶胶的谱分布（图13）说明标准差大的气溶胶整体谱宽大，所以会有部分气溶胶位于小尺度粒径（r<Rcut）不易活化，生成的云滴数浓度略小，形成的云滴谱略宽，但因为标准差变化的幅度小，较小云滴数浓度差异不会对云滴谱形状有显著影响。

5 结论

（1）通过WRF大涡试验对一个对流热泡的模拟，IAP-LACS三参数化方案检验了气溶胶谱函数中各参量对云微物理量和云滴谱模拟结果的影响。背景气溶胶的谱分布对云滴谱演变的影响显著。

（2）气溶胶谱函数中的数浓度、几何半径和标准差3个参量对云滴谱的演变都有影响。数浓度量级的变化影响最大，较高的气溶胶数量导致活化生成较多的云滴数浓度和形成较窄的云滴谱，较低的气溶胶数浓度活化的云滴数浓度较低且云滴谱拓宽。较大几何半径促使气溶胶谱向大尺度移动导致大云滴生成，标准差对云滴谱的影响最小。

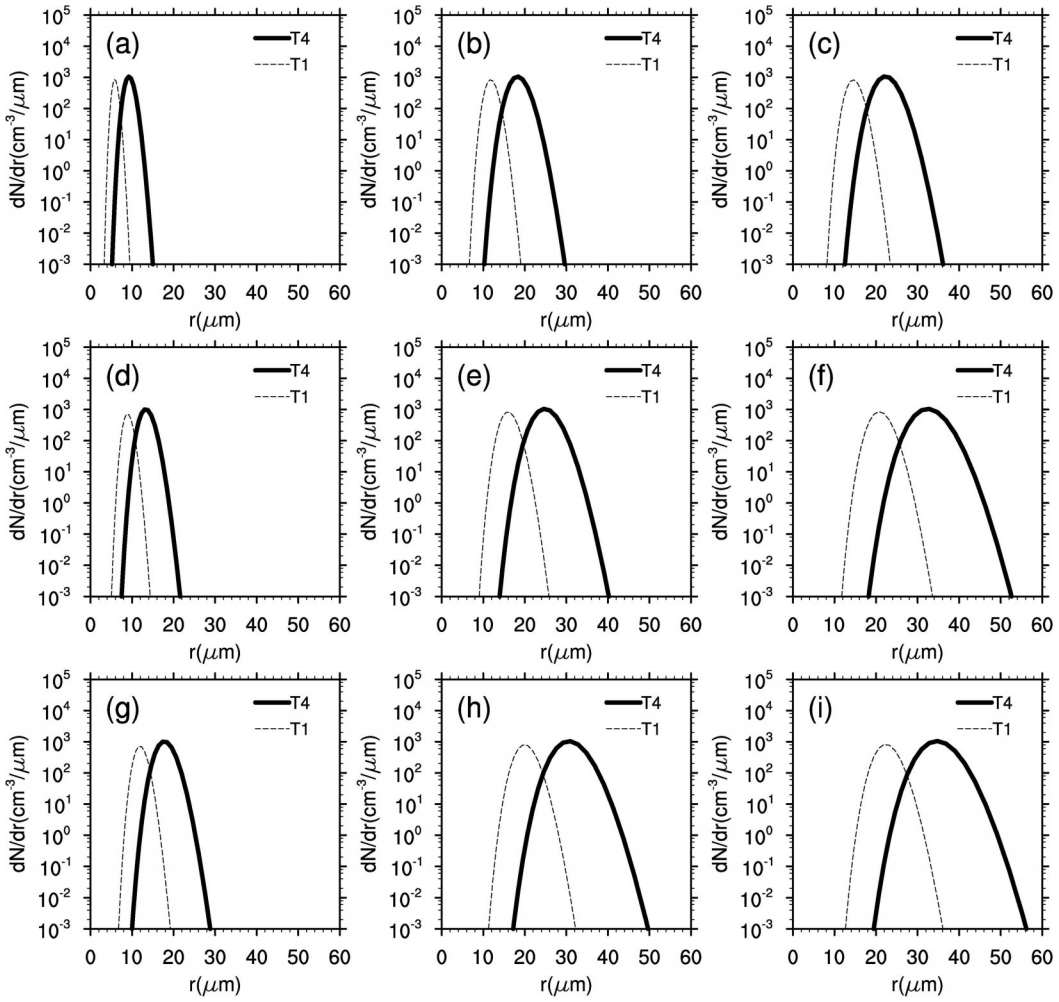

图11 T1、T4个例分别于7 min（第一行）、12 min（第二行）和17 min（第三行）在（a）1250 m、（b）2050 m、（c）2850 m、（d）1500 m、（e）3500 m、（f）6200 m、（g）2000 m、（h）5400 m和（i）8800 m高度模拟的云滴谱分布

Fig. 11 Droplets spectra simulated in T1 and T4 aerosols background at the height of (a) 1250 m, (b) 2050 m, (c) 2850 m, (d) 1500 m , (e) 3500 m, (f) 6200 m, (g) 2000 m, (h) 5400 m, and (i) 8800 m at 7 min (the first line), (d, e, f) 12 min (the second line), and (g, h, i) 17 min (the third line) respectively

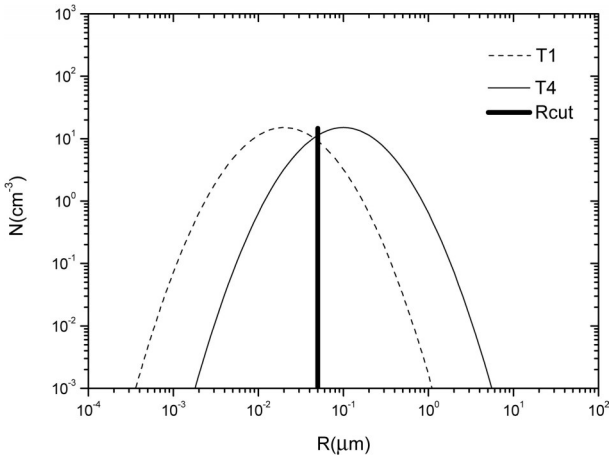

图12 边界层中T1、T4个例的气溶胶谱分布

Fig. 12 The size distribution of aerosols for T1 and T4 cases in boundary layer

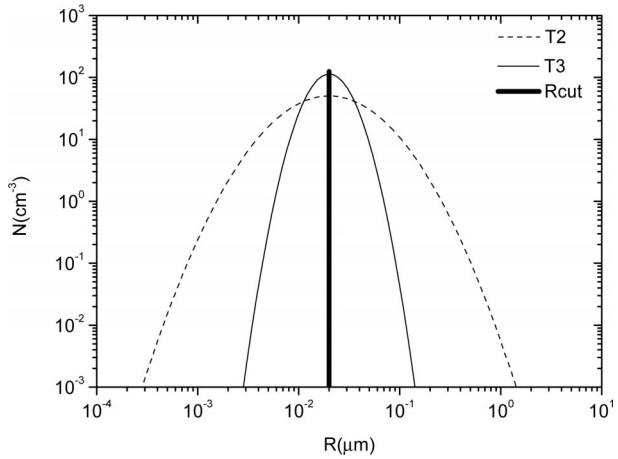

图13 边界层中T2、T3个例的气溶胶谱分布

Fig. 13 The size distribution of aerosols for T2 and T3 cases in boundary layer

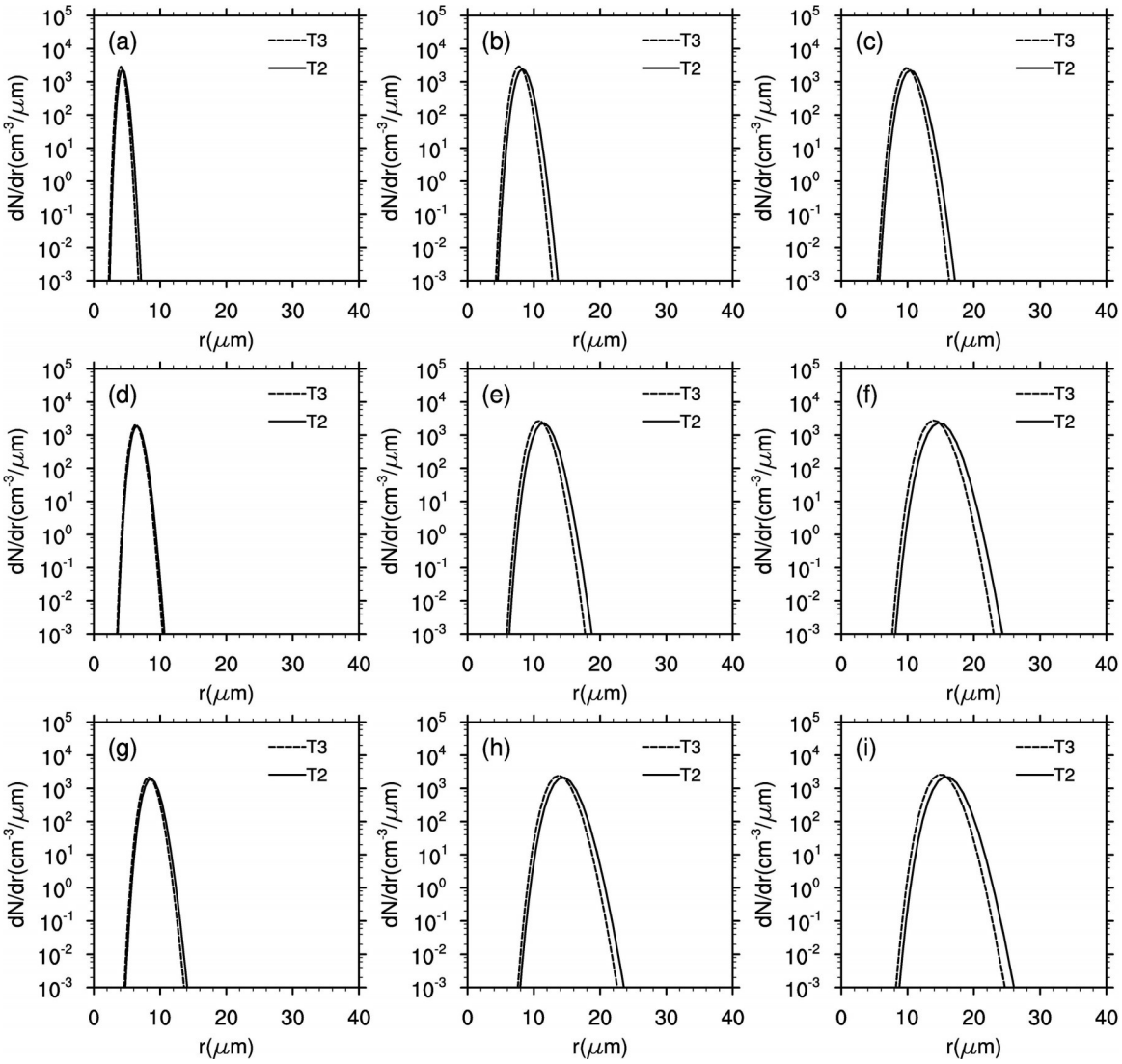

图14 同图11，但为T2和T3两个个例的云滴谱分布

Fig. 14 Same as Fig. 11, but for T2 and T3

参考文献（References）

Albrecht B A. 1989. Aerosols, cloud microphysics, and fractional cloudiness[J]. Science, 245(4923): 1227−1230. doi:10.1126/science.245.4923.1227

Andreae M O. 2004. Smoking rain clouds over the Amazon[J]. Science, 303(5662): 1337−1342. doi:10.1126/science.1092779

陈倩, 银燕, 金莲姬, 等. 2013. 气溶胶影响混合相对流云降水的数值模拟研究[J]. 大气科学学报, 36(5): 513−526. Chen Qian, Yin Yan, Jin Lianji, et al. 2013. A numerical simulation study on the effect of aerosol layers on mixed phase convective cloud and precipitation[J]. Trans. Atmos. Sci. (in Chinese), 36(5): 513−526. doi:10.3969/j.issn.1674-7097.2013.05.001

Clark T L. 1974. A study in cloud phase parameterization using the gamma distribution[J]. J. Atmos. Sci., 31(1): 142−155. doi:10.1175/1520-0469(1974)031<0142:asicpp>2.0.co;2

戴进, 余兴, Rosenfeld Daniel, 等. 2008. 秦岭地区气溶胶对地形云降水的抑制作用[J]. 大气科学, 32(6): 1319−1332. Dai Jin, Yu Xing, Rosenfeld Daniel , et al. 2008. The suppression of aerosols to the orographic precipitation in the Qinling Mountains [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 32(6): 1319−1332.

邓玮. 2018. 三参数云滴谱方案的建立及凝结增长的模拟研究[D]. 中国科学院大学大气物理研究所博士学位论文, 101pp. Deng Wei. 2018. Numerical Simulations for cloud droplet diffusion growth with a newly developed triple-moment scheme [D]. Ph. D. dissertation (in Chinese), Institute of Atmospheric Physics, University of Chinese Academy of Sciences, 101 pp.

Frank G P, Dusek U, Andreae M O. 2006. Technical note: A method for measuring size-resolved CCN in the atmosphere[J]. Atmos. Chem. Phys. Discuss., 6(3): 4879−4895. doi:10.5194/acpd-6-4879-2006

Hansen J E, Sato M, Lacis A, et al. 1998. Climate forcings in the Industrial era[J]. Proc. Natl. Acad. Sci. U S A, 95(22): 12753−12758.

doi:10.1073/pnas.95.22.12753

Khain A, Ovtchinnikov M, Pinsky M, et al. 2000. Notes on the state of the art numerical modeling of cloud microphysics[J]. Atmos. Res., 55 (3−4): 159−224. doi:10.1016/s0169-8095(00)00064-8

Kogan Y L, Mechem D B, Choi K. 2012. Effects of sea-salt aerosols on precipitation in simulations of shallow cumulus[J]. J. Atmos. Sci., 69 (2): 463−483. doi:10.1175/jas-d-11-031.1

Lin Y L, Farley R D, Orville H D. 1983. Bulk parameterization of the snow field in a cloud model[J]. J. Climate Appl. Meteor., 22(6): 1065−1092. doi:10.1175/1520-0450(1983)022<1065:bpotsf>2.0.co;2

Liu Y G, Daum P H. 2002. Anthropogenic aerosols: Indirect warming effect from dispersion forcing [J]. Nature, 419(6907): 580 −581. doi: 10.1038 /419580a

Liu G S, Shao H F, Coakley J A, et al. 2003. Retrieval of cloud droplet size from visible and microwave radiometric measurements during INDOEX: Implication to aerosols’ indirect radiactive effect [J]. J. Geophys. Res., 108(D1): 4006. doi: 10.1029 /2001JD001395

Loftus A M, Cotton W R, Carrió G G. 2014. A triple-moment hail bulk microphysics scheme. Part I: Description and initial evaluation[J]. Atmos. Res., 149: 35−57. doi:10.1016/j.atmosres.2014.05.013

Lohmann U. 2008. Global anthropogenic aerosol effects on convective clouds in ECHAM5-HAM[J]. Atmos. Chem. Phys., 8(7): 2115−2131. doi:10.5194/acp-8-2115-2008

马振华, 刘坤林, 陆璇, 等. 2007. 现代应用数学手册[M]. 清华大学出版社, 839 pp. Ma Zhenhua, Liu Kuilin, Luxuan, et al. 2007. Modern Applied Mathematics Manual (in Chinese) [M]. Tsinghua University Press, 839pp.

Milbrandt J A, Yau M K. 2005a. A multimoment bulk microphysics parameterization. Part I: Analysis of the role of the spectral shape parameter[J]. J. Atmos. Sci., 62(9): 3051−3064. doi: 10.1175/jas3534.1

Milbrandt J A, Yau M K. 2005b. A multimoment bulk microphysics parameterization. part II: A proposed three-moment closure and scheme description[J]. J. Atmos. Sci., 62(9): 3065−3081. doi: 10.1175/jas3535.1

Milbrandt J A, Yau M K. 2006. A multimoment bulk microphysics parameterization. part III: Control simulation of a hailstorm[J]. J. Atmos. Sci., 63(12): 3114−3136. doi:10.1175/jas3816.1

Ming Y, Ramaswamy V, Donner L J, et al. 2006. A new parameterization of cloud droplet activation applicable to general circulation models[J]. J. Atmos. Sci., 63(4): 1348−1356. doi:10.1175/jas3686.1

Mitra S K, Brinkmann J, Pruppacher H R. 1992. A wind tunnel study on the drop-to-particle conversion[J]. J. Aerosol Sci., 23(3): 245−256. doi:10.1016/0021-8502(92)90326-q

Morrison H, Pinto J O. 2005. Mesoscale modeling of springtime arctic mixed-phase stratiform clouds using a new two-moment bulk microphysics scheme[J]. J. Atmos. Sci., 62(10): 3683−3704. doi: 10.1175/jas3564.1

Phillips V T J, Donner L J, Garner S T. 2007. Nucleation processes in deep convection simulated by a cloud-system-resolving model with double-moment bulk microphysics[J]. J. Atmos. Sci., 64(3): 738−761. doi:10.1175/jas3869.1

Pruppacher H R, Klett J D. 1997 Microphysics of clouds and precipitation[M]. Dordrecht: Springer Netherlands, 1978. doi: 10.1007/978-94-009-9905-3

Rogers R R, Yau M K. 1989. A Short Course in Cloud Physics [M]. 3rd ed. Pergamon Press, 290pp.

Rosenfeld D. 1999. TRMM observed first direct evidence of smoke from forest fires inhibiting rainfall [J]. Geophys. Res. Lett., 26(20): 3105−3108. doi:10.1029 /1999GL006066

Rosenfeld D, Rudich Y, Lahav R. 2001. Desert dust suppressing precipitation: A possible desertification feedback loop[J]. Proc. Natl. Acad. Sci. U S A, 98(11): 5975−5980. doi:10.1073/pnas.101122798

石睿, 王体健, 李树, 等. 2015. 东亚夏季气溶胶—云—降水分布特征及其相互影响的资料分析[J]. 大气科学, 39 (1): 12−22. Shi Rui, Wang Tijian, Li Shu, et al. 2015. The spatial and temporal characteristics of aerosol−cloud−precipitation interactions during summer in East Asia [J]. Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese), 39 (1): 12−22. doi: 10.3878/j. issn. 1006-9895.1404.13276

Saleeby S M, Cotton W R. 2004. A large-droplet mode and prognostic number concentration of cloud droplets in the Colorado State University regional atmospheric modeling system (RAMS). part I: Module descriptions and supercell test simulations[J]. J. Appl. Meteor., 43(1): 182−195. doi: 10.1175/1520-0450(2004)043<0182:almapn>2.0.co;2

Saleeby S M, van den Heever S C. 2013. Developments in the CSU-RAMS aerosol model: Emissions, nucleation, regeneration, deposition, and radiation[J]. J. Appl. Meteor. Climatol., 52(12): 2601−2622. doi:10.1175/jamc-d-12-0312.1

Twomey S. 1977. The influence of pollution on the shortwave albedo of clouds[J]. J. Atmos. Sci., 34(7): 1149−1152. doi: 10.1175/1520-0469(1977)034<1149:tiopot>2.0.co;2

Tzivion S, Feingold G, Levin Z. 1987. An efficient numerical solution to the stochastic collection equation[J]. J. Atmos. Sci., 44(21): 3139−3149. doi:10.1175/1520-0469(1987)044<3139:aenstt>2.0.co;2

Tzivion S, Reisin T, Levin Z. 1994. Numerical simulation of hygroscopic seeding in a convective cloud[J]. J. Appl. Meteor., 33 (2): 252−267. doi: 10.1175/1520-0450(1994)033<0252: nsohsi>2.0.co;2

Yau M K. 1980. A two-cylinder model of cumulus cells and its application in computing cumulus transports[J]. J. Atmos. Sci., 37 (11): 2470−2485. doi:10.1175/1520-0469(1980)037<2470:atcmoc>2.0.co;2

Yin Y, Levin Z, Reisin T G, et al. 2000. The effects of giant cloud condensation nuclei on the development of precipitation in convective clouds: A numerical study[J]. Atmos. Res., 53(1−3): 91−116. doi:10.1016/s0169-8095(99)00046-0

Yuan T L, Li Z Q, Zhang R Y, et al. 2008. Increase of cloud droplet size with aerosol optical depth: An observation and modeling study [J]. J. Geophys. Res., 113(D4): D04201. doi:10.1029/2007JD008632

张军. 2015. 云滴凝结增长计算方法的比较[D]. 兰州大学硕士学位论文, 48 pp. Zhang Jun. 2015. The comparison of methods for droplets growth by condensation [D]. M. S. thesis (in Chinese), Lanzhou University, 48 pp.